

This question paper contains 16 printed pages]

7/12/2018

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

S. No. of Question Paper : 7446

Unique Paper Code : 12271101

19

IC

Name of the Paper : Introductory Microeconomics

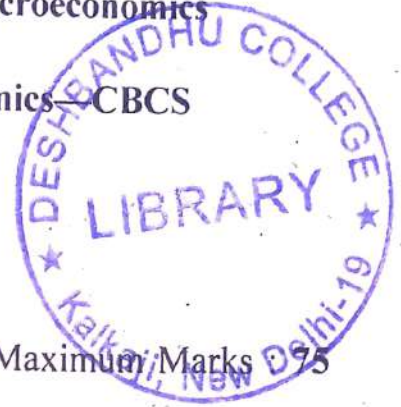
Name of the Course : B.A. (H) Economics - CBCS

C-I, Core

Semester : I

Duration : 3 Hours

Maximum Marks 75



(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— Answers may be written either in English or in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी : इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Question No. 1 is compulsory.

Answer any four questions from Question Nos. 2 to 7.

All questions carry equal marks.

प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है।

प्रश्न संख्या 2 से 7 में से किन्हीं चार का उत्तर लिखिए।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

P.T.O.

I. Answer any *five* parts :

5×3

(i) 'All giffen goods are inferior goods, but all inferior goods are not giffen goods.' Do you agree with this statement ? Give your justification.

(ii) Suppose that demand for honey (in '000 litres per year) is given by the function :

$$Q^d = 6000 - 30P.$$

What is the elasticity of demand at a price of Rs. 75 per litre ?

(iii) What is the impact of a tax at the rate of Re. 1 per unit of output levied on the producers, on the AFC, AVC, ATC and MC curves ?

(iv) A policy maker is deciding how to finance the construction of a new airport. He can either pay for it by increasing citizens' taxes or by printing more money. What are some of the short-run and long-run consequences of each option ?

(v) Suppose that a firm's production function is $Q = L^3 - 200L^2 + 10000L$. At what amount of labour input are the firm's average and marginal products equal ?

(vi) What are the conditions for a natural monopoly to arise ? To what extent should natural monopolies be regulated ?

किन्हीं पाँच का उत्तर दीजिए :

(i) सभी गिफन वस्तुएँ घटिया वस्तुएँ हैं किन्तु सभी घटिया वस्तुएँ गिफन वस्तुएँ नहीं हैं। क्या आप इस कथन से सहमत हैं ? कारण बताइए।

(ii) मधु की माँग (हजार लीटर प्रति वर्ष में) दिया गया है :

$$Q^d = 6000 - 30P.$$

75 रुपये प्रति लीटर की कीमत पर माँग की लोच ज्ञात कीजिए।

(iii) एक वस्तु के उत्पादन पर 1 रुपया प्रति इकाई कर लगाने से औसत स्थिर लागत, औसत परिवर्तनशील लागत, औसत कुल लागत और सीमान्त लागत पर क्या प्रभाव पड़ता है ?

(iv) एक नये हवाई अड्डे के निर्माण के लिए वित्त प्रबन्ध किस प्रकार किया जाए। लोगों पर अधिक टैक्स लगाकर या फिर अधिक मुद्रा की छपाई करके इसे पूरा किया जाए। प्रत्येक के अल्पकालीन एवं दीर्घकालीन प्रभावों के बारे में बताइए।

(v) एक फर्म का उत्पादन फलन $Q = L^3 - 200L^2 + 10000L$ है। श्रमिकों की किस संख्या पर श्रम का सीमांत उत्पाद औसत उत्पाद के बराबर होगा ?

(vi) नैसर्गिक एकाधिकार के उत्पन्न होने की क्या स्थितियाँ होती हैं ? नैसर्गिक एकाधिकारों को किस सीमा तक नियमित किया जा सकता है ?

2. (i) Explain the water-diamond paradox using the basic principles of Economics.

(ii) A nation with fixed quantities of resources is able to produce any of the following combinations of bread and ovens :

Loaves of Bread (million)	Ovens (in '000)
75	0
60	12
45	22
30	30
15	36
0	40

(a) Graph the Production Possibility Curve (PPC) using this data. 2

(b) Does the principle of increasing marginal cost hold in this nation ? Explain briefly. 3

(iii) What is consumer surplus ? Is it always a measure of consumer welfare and economic wellbeing ? If not, why not ? 5

- (i) अर्थशास्त्र के मूलभूत सिद्धान्तों के अनुसार जल और हीरा विरोधाभास के बारे में बताइए।
- (ii) तन्दूर और ब्रेड के निम्नलिखित संयोगों को एक अर्थव्यवस्था अपने सभी स्थिर साधनों का उपयोग करके उत्पादन कर सकता है :

ब्रेड इकाई की संख्या (मिलियन में)	तन्दूर की संख्या (हजार यूनिट में)
--------------------------------------	--------------------------------------

75	0
60	12
45	22
30	30
15	36
0	40

- (a) उपर्युक्त आंकड़ों के आधार पर उत्पादन संभावना वक्र बनाइए।
- (b) क्या वृद्धिमान सीमांत लागत का सिद्धान्त इस अर्थव्यवस्था के लिए लागू होता है ? संक्षेप में बताइए।

- (iii) उपभोक्ता अतिरेक क्या है ? क्या यह हमेशा आर्थिक कल्याण और उपभोक्ता कल्याण का माप है ? यदि नहीं तो क्यों ?
3. (i) Nivedita has decided always to spend 40% of her income on books. What is her income elasticity of demand and price elasticity of demand for books ? (Use the midpoint formula for price elasticity.) 5
- (ii) Assume cream cheese and bread to be complements. If both the equilibrium price of cream cheese and equilibrium quantity of bread were to rise, is it because of decline in price of flour or fall in price of milk ? Illustrate and explain your answer. (Cream cheese uses milk and bread needs flour as an input) 5
- (iii) What are the factors that the deadweight loss associated with a tax, depends upon ? Is it right to say that a tax that has no deadweight loss cannot raise any revenue for the government ? 5

- (i) निवेदिता हमेशा अपनी आय का 40% किताबों पर खर्च करती है। उसकी माँग की आय लोच क्या है और माँग की कीमत लोच क्या है ? (आय लोच मापने की मध्य बिंदु विधि का प्रयोग कीजिये।)
- (ii) क्रीमचीज और ब्रेड पूरक वस्तुएँ हैं। यदि संतुलन में क्रीमचीज की कीमत और ब्रेड की मात्रा में वृद्धि होती है तो क्या यह दूध की कीमत में कमी अथवा आटे की कीमत में कमी के कारण होता है? बताइए।
- (iii) एक कर से जुड़े आर्थिक अतिरेक ह्रास किन कारकों पर निर्भर करता है ? क्या यह सही है कि ऐसे कर से, जिससे कोई आर्थिक अतिरेक ह्रास नहीं होता है, सरकार के लिए कोई आय पैदा नहीं कर सकता है ?
4. (i) Natasha's income is Rs. 3,000 per month. She spends all of it on tickets to concerts and films. Concert tickets cost Rs. 150 per ticket and film tickets are available at Rs. 100 per ticket. The marginal rate of substitution for concerts with films = F/C , F – number of film tickets, C – number of concert tickets. How many film and concert tickets should she purchase ?

- (ii) Describe the shape and slope of the indifference curves. What do the ICs of perfect substitutes and complements look like ? Explain with examples. 5
- (iii) Trace out the demand curve of inferior goods using the indifference curve approach, delineating between the income and substitution effects. 5
- (i) नताशा की आय 3,000 रुपये प्रति माह है। वह यह सारा रुपया नाटक (C) और फिल्म (F) देखने पर खर्च करती है। नाटक की टिकट 150 रु. और फिल्म की टिकट 100 रु. में उपलब्ध है। प्रतिस्थापन की सीमांत दर F/C है। F – फिल्म टिकट की संख्या और C – नाटक टिकट की संख्या। उसे नाटक और फिल्म के कितने-कितने टिकट खरीदने चाहिए ?
- (ii) तटस्थता वक्र के आकार और ढाल के बारे में बताइए। पूर्णतः प्रतिस्थापन वस्तुएँ और पूर्णतः पूरक वस्तुओं के लिए तटस्थता वक्र किस प्रकार का होता है ? उदाहरण देकर बताइए।

(iii) तटस्थता वक्र की सहायता से आय एवं प्रतिस्थापन प्रभाव को प्रयोग करते हुए घटिया वस्तु के सन्दर्भ में माँग वक्र का निरूपण कीजिये।

5. (i) Prism Ltd. is a competitive firm operating under the following conditions :

Price of output is Rs. 5, the profit maximising level of output is 20,000 units of output, and the total cost of producing 20,000 units is Rs. 1,20,000. The firm's only fixed factor of production is a Rs. 3,00,000 stock of capital. If the interest rate available on comparable risks is 10%, should this firm shut down immediately in the short-run ? 5

(ii) What are the possible shapes of the long-run supply curve in a competitive industry ? What are the reasons for these different shapes ? 5

(iii) Depict and discuss the relation between average and marginal cost curves in the short-run. 5

(i) प्रिज्म कम्पनी पूर्ण प्रतियोगिता में निम्नलिखित स्थिति में काम करती है :

उत्पादित वस्तु की कीमत 5 रु. है, अधिकतम लाभ की स्थिति में वस्तु का उत्पादन 20,000 इकाई और इसकी कुल लागत 1,20,000 रु. है। स्थिर लागत की कीमत 3,00,000 रु. है। यदि प्रतियोगी ब्याज की दर 10% है तो क्या फर्म को अल्पकाल में उत्पादन बन्द कर देना चाहिए ?

(ii) दीर्घकाल में एक प्रतियोगी उद्योग के दीर्घकालीन पूर्ति कितने तरह के हो सकते हैं ? इनके क्या कारण हैं ?

(iii) अल्पकाल में औसत लागत वक्र, औसत परिवर्तनशील लागत वक्र एवं सीमांत लागत वक्र का निरूपण एवं वर्णन कीजिए।

6. (i) How does a monopolist's quantity of output compare to the quantity of output that maximizes total surplus ? 4

- (ii) Based on market research, a film production company that is a price maker in the industry, obtains the following information about demand and production costs of its new DVD :

$$\text{Demand : } P = 1000 - 10Q$$

$$\text{TR} = 1000Q - 10Q^2$$

$$\text{MC} = 100 + 10Q$$

where Q is the number of copies sold and P is the price.

- (a) Find the price and quantity that maximise the company's profits.
- (b) Find the price and quantity that maximise social welfare.
- (c) Calculate the dead weight loss caused due to the imperfect market form. 3×2
- (iii) What is price discrimination ? How does this practice increase the efficiency of the monopolist market form ? 5

- (i) एक एकाधिकारी द्वारा उत्पादित मात्रा कुल अतिरेक को अधिकतम करने वाली उत्पादित मात्रा से किस प्रकार से तुलनीय है ?
- (ii) बाजार अध्ययन के अनुसार एक फिल्म उत्पादन कम्पनी कीमत निर्धारक है। इसके एक नये DVD के उत्पादन लागत और माँग के बारे में निम्नलिखित बातें पाई गईं :
- माँग : $P = 1000 - 10Q$
- कुल आय : $\text{TR} = 1000Q - 10Q^2$
- सीमांत लागत : $\text{MC} = 100 + 10Q$,
- जहाँ Q उत्पादन की मात्रा है और P कीमत है।
- (a) अधिकतम लाभ की स्थिति में कम्पनी द्वारा उत्पादित DVD की मात्रा और कीमत ज्ञात कीजिए।
- (b) सामाजिक लाभ के अधिकतम स्तर पर उत्पादन की मात्रा और कीमत की गणना कीजिए।
- (c) एकाधिकार की वजह से आर्थिक अतिरेक ह्रास की मात्रा की गणना कीजिए।
- (iii) कीमत विभेद क्या है ? एकाधिकारी फर्म की दक्षता को यह किस प्रकार बढ़ाता है ?

7. (i) How does the immigration of workers affect supply of labour, demand for labour, marginal productivity of labour and equilibrium wage ? 3
- (ii) Is it right to argue that when both the product and labour markets are perfectly competitive, then there is simultaneous achievement of equilibrium in both the markets. 5
- (iii) A cow dairy can sell all the milk that it wants for Rs. 40 per litre, and it can hire all the robots it wants to milk the cows at a capital rental price of Rs. 1,000 a day. It faces the following production schedule :

No. of robots	Total product (in litres)
0	0
1	50
2	85
3	115
4	140
5	150
6	155

- (a) In what kind of market structure does the firm sell its output ? How can you tell ?
- (b) In what kind of market structure does the firm hire robots ? How can you tell ?
- (c) Calculate the marginal product and the value of marginal product for each additional robot.
- (d) How many robots should the firm hire ? Explain. 1+1+2+3
- (i) बाहर से श्रमिकों के देश में आने से श्रमिकों की पूर्ति, श्रमिकों की माँग, सीमांत उत्पादकता और संतुलन मजदूरी दर पर क्या प्रभाव पड़ता है ?
- (ii) क्या यह सही है कि जब वस्तु बाजार और श्रम बाजार में पूर्ण प्रतियोगिता पाई जाती है तब दोनों बाजारों में पारस्परिक संतुलन पाया जाता है ?
- (iii) एक डेयरी 40 रु. प्रति लीटर दूध बेचता है और यह अपने सभी रोबोट, जो दूध निकालने का काम करते हैं, 1,000 रु. प्रति रोबोट प्रति दिन किराए पर ले सकता है।

इस फर्म के लिए निम्नलिखित उत्पादन अनुसूची दी गई है :

रोबोट की संख्या उत्पादन की कुल मात्रा
(लीटर में)

0	0
1	50
2	85
3	115
4	140
5	150
6	155

- (a) फर्म अपना उत्पादन किस प्रकार की बाजार संरचना में बेचता है ? अपने उत्तर का आधार बताइए।
- (b) किस प्रकार की बाजार संरचना में फर्म रोबोट को किराये पर लेता है ? अपने उत्तर का आधार बताइए।
- (c) प्रत्येक अतिरिक्त रोबोट द्वारा उत्पादित सीमान्त उत्पादन एवं सीमान्त उत्पादन की कीमत ज्ञात कीजिए।
- (d) फर्म को कितना रोबोट किराये पर लेना चाहिए ? समझाइए।

This question paper contains 16+3 printed pages]

2018

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

S. No. of Question Paper : 7447

20

Unique Paper Code : 12271102

IC

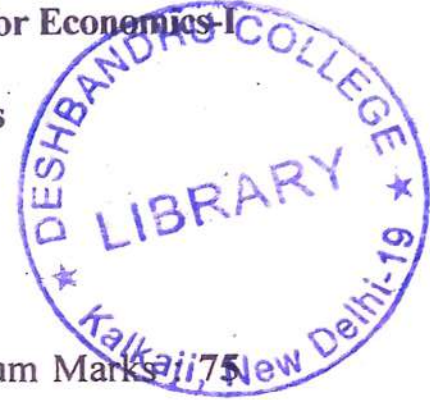
Name of the Paper : Mathematical Methods for Economics-I

Name of the Course : B.A. (Hons.) Economics
[CBCS C-2, Core]

Semester : I 2018

Duration : 3 Hours

Maximum Marks 75



(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी : इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

There are *six* questions in all.

All questions are compulsory.

A simple calculator can be used.

इस प्रश्न-पत्र में कुल छः प्रश्न हैं।

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

साधारण कैलकुलेटर का उपयोग किया जा सकता है।

P.T.O.

1. Answer any two of the following :

- (A) Determine the domain and range of the following inequality :

$$y = f(x) = \ln[\ln(e^x - 1)] < 0.$$

- (B) Find all x such that :

(i) $y = |-4 - 2x| \geq -2$

(ii) $y = \frac{(x - 0.5)(\ln(1 - x))}{x^{3/2}} > 0.$

- (C) Determine the direction of logical conclusion ($P \Rightarrow Q$ or $Q \Rightarrow P$ or $P \Rightarrow Q$) in case of the following propositions :

- (i) $P : f(x)$ has a local extremum at $x = a$, where $f'(a)$ exists.

$Q : x = a$ is a stationary point of $f(x)$, i.e. $f'(a) = 0.$

- (ii) $P : x$ satisfies the inequality $\frac{(x + 5)}{(1 - x)} \geq 0$

$Q : x$ lies in the open interval from -5 to $1.$

निम्नलिखित में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए :

- (A) निम्नलिखित असमिका का परास (domain) व परिसर (range) ज्ञात कीजिए :

$$y = f(x) = \ln[\ln(e^x - 1)] < 0.$$

- (B) x के वे सभी मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए :

(i) $y = |-4 - 2x| \geq -2$

(ii) $y = \frac{(x - 0.5)(\ln(1 - x))}{x^{3/2}} > 0.$

- (C) निम्नलिखित कथनों हेतु तार्किक निष्कर्ष (logical conclusion) ($P \Rightarrow Q$ or $Q \Rightarrow P$ or $P \Rightarrow Q$) की दिशा ज्ञात कीजिए :

- (i) $P : x = a$ पर $f(x)$ का एक ऐसा स्थानीय चरम बिन्दु (local extremum) है जहाँ $f'(a)$ विद्यमान है।

$Q : x = a, f(x)$ का एक स्थिर बिन्दु (stationary point) है, अर्थात् $f'(a) = 0.$

- (ii) $P : x$, असमिका $\frac{(x + 5)}{(1 - x)} \geq 0$ को सन्तुष्ट करता है।

$Q : x$, -5 से 1 तक के खुले अन्तराल में स्थित है।

2. Answer any *three* of the following :

3×5=15

(A) Draw in the same graph the regions represented by the following two sets :

$$S = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 25\}$$

$$T = \{(x, y) : xy \geq 12\}$$

In each case, plot coordinates of all points where the graphs intersect each other or intersect the coordinate axes. Determine if sets S and T are disjoint.

(B) For the function defined as follows :

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & 0 \leq x < 2 \\ \sqrt{x}, & 2 \leq x \leq 4 \\ \frac{x}{4} + 1, & x > 4 \end{cases}$$

Plot the function. Verify continuity and differentiability of the function at $x = 2$ and $x = 4$.

(C) Find the asymptotes of the rectangular hyperbola :

$$y = \frac{(k-2)x + k - 4}{(k-6)x + k - 3}$$

given that the asymptotes intersect at a point that lies on the straight line $y = 2x - 7$.

(D) Harish runs a 'rent a bicycle' kiosk at the university metro station. He currently charges a price of Rs. 10 per bicycle at which the average demand is of 100 bicycles per day. An industry expert estimates that, each time the rental price increases by Rs. 5 per bicycle, the average demand drops by ten bicycles per day. Express the rental income as a quadratic function and use the method of 'completing the squares' to determine (i) the rental price that maximises your income from renting bicycles and (ii) maximum income.

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के उत्तर दीजिए :

(A) निम्नलिखित दो समुच्चयों के द्वारा निरूपित क्षेत्रों को एक ही चित्र में आरेखित कीजिए :

$$S = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 25\}$$

$$T = \{(x, y) : xy \geq 12\}$$

प्रत्येक स्थिति में उन सभी बिन्दुओं के निर्देशांकों (coordinates) को भी चिह्नित कीजिए जिन पर ये आरेख एक दूसरे को प्रतिच्छेदित (intersect) करते हैं या निर्देशांक अक्षों (coordinate axes) को प्रतिच्छेदित करते हैं। ज्ञात कीजिए कि क्या समुच्चय S व T अलग (disjoint) हैं।

- (B) एक फलन जो कि निम्न प्रकार से परिभाषित किया जाता है :

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & 0 \leq x < 2 \\ \sqrt{x}, & 2 \leq x \leq 4 \\ \frac{x}{4} + 1, & x > 4 \end{cases}$$

उसे आरेखित कीजिए। इस फलन की $x = 2$ तथा $x = 4$ पर संततता (continuity) तथा अवकलनीयता (differentiability) को सत्यापित कीजिए।

- (C) आयताकार अतिपरवलय (rectangular hyperbola) :

$$y = \frac{(k-2)x + k - 4}{(k-6)x + k - 3}$$

की अनन्तस्पर्शियाँ (asymptotes) ज्ञात कीजिए, यदि यह दिया हुआ है कि ये अनन्तस्पर्शियाँ सरल $y = 2x - 7$ पर स्थित एक बिन्दु पर प्रतिच्छेदित करती हैं।

- (D) हरीश, विश्वविद्यालय मेट्रो स्टेशन पर एक 'साइकिल किराए पर लें' कियोस्क चलाते हैं। अभी वह प्रति साइकिल 10 रु. लेते हैं जिस पर औसत मांग प्रतिदिन 100 साइकिलों की है। एक उद्योग विशेषज्ञ का आकलन है कि जब

भी किराया 5 रु. बढ़ता है, औसत मांग में 10 साइकिल प्रतिदिन की गिरावट आती है। किराए से होने वाली आय को एक द्विघात फलन (quadratic function) के रूप में व्यक्त कीजिए तथा 'वर्ग पूर्ण करने' की विधि की सहायता से (i) साइकिलों को किराए पर देने से होने वाली आय को अधिकतम करने वाला किराया तथा (ii) अधिकतम आय को ज्ञात कीजिए।

3. Answer any three of the following : 3×5=15

- (A) A geometric series has its second term $a_2 = -48$ and fifth term $a_5 = 6$.

- (i) Find the first term and common ratio of the series.
(ii) Find the sum to infinity of the series.
(iii) Show that the magnitude of the difference between the sum of first n terms of the series and its sum to infinity is given by 2^{6-n} .

- (B) Given the following approximation for small values of x :

$$(1 + ax)^n \approx 1 - 24x + 270x^2,$$

Where n is an integer greater than 1 :

- (i) Find the values of n and a .
- (ii) Use the values of n and a and a suitable value of x to obtain an approximate value of $(0.9985)^{16}$.

(C) Evaluate the following limits :

$$(i) \quad y = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^5 + 1}{5^x + x^4} \right)$$

$$(ii) \quad y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{n^2 + 6}}{8n} \right)$$

- (D) Suppose in a given city with n individuals, total market demand $X = \sum_{i=1}^n x_i$, where x_i is the demand of the i th consumer. The inverse demand function is given by $x_i = f(P)$, where P is the market price. If half the consumers with 75% share in total demand, have price elasticity of demand $|E_1| = 2$ and the remaining have price elasticity of demand $|E_2| = 1.5$, estimate the price elasticity of demand of all consumers taken together.

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के उत्तर दीजिए :

- (A) एक ज्यामितीय श्रृंखला (geometric series) का दूसरा पद $a_2 = -48$ तथा पाँचवाँ पद $a_5 = 6$ है।

(i) इस श्रृंखला का पहला पद तथा सार्व अनुपात (common ratio) ज्ञात कीजिए।

(ii) इस श्रृंखला का अनन्त तक योगफल ज्ञात कीजिए।

(iii) दर्शाइए कि इस श्रृंखला के प्रथम n पदों के योगफल तथा अनन्त पदों के योगफल के मध्य अन्तर का परिमाण $2^6 - n$ है।

- (B) x के छोटे मानों हेतु निम्नलिखित सन्निकटन (approximation) दिया हुआ है :

$$(1 + ax)^n \approx 1 - 24x + 270x^2,$$

जहाँ n , 1 से बड़ा एक पूर्णांक (integer) है :

(i) n व a के मान ज्ञात कीजिए।

(ii) n व a के मानों तथा x के एक उपयुक्त मान की सहायता से $(0.9985)^{16}$ का सन्निकट मान (approximate value) ज्ञात कीजिए।

(C) निम्नलिखित सीमाओं के मान ज्ञात कीजिए :

$$(i) \quad y = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^5 + 1}{5x + x^4} \right)$$

$$(ii) \quad y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\sqrt{n^2 + 6}}{8n} \right)$$

(D) मान लीजिए कि n व्यक्तियों वाले एक शहर में कुल बाजार मांग $X = \sum_{i=1}^n x_i$, जहाँ x_i , i वें उपभोक्ता की मांग है। प्रतिलोम (inverse) मांग फलन $x_i = f(P)$ है, जहाँ P बाजार कीमत है। यदि आधे उपभोक्ता जिनका कुल मांग में 75% अंश है, की मांग की कीमत लोच $|E_1| = 2$ है तथा शेष उपभोक्ताओं की मांग की कीमत लोच $|E_2| = 1.5$ है, तो सभी उपभोक्ताओं की मांग की समेकित कीमत लोच (elasticity of demand of all consumers taken together) ज्ञात कीजिए।

4. Answer any three of the following :

3×5=15

(A) Graph the following function and verify that it is one-to-one :

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x); & 0 < x < 1 \\ x - 1; & x \geq 1 \end{cases}$$

Find the inverse function $f^{-1}(x)$ and identify its domain and range. Draw $f^{-1}(x)$ in the same graph and comment on the nature of symmetry in graphs of $f(x)$ and $f^{-1}(x)$. Plot the coordinates of all points where the graphs intersect the coordinate axes.

(B) The Coconut Farmers' Association in India estimated that the value $V(t)$ of coconut produce (in lakh rupees) increases over time according to the following function :

$$V(t) = a^{\ln \sqrt{bt+c}},$$

where $a, b, c > 0$, $a > e$ and t is time for coconuts to ripen.

Assuming that the discount rate is r :

- (i) Find optimal time t^* for the producers to pick coconuts such that the present value of the harvest is maximized (second order condition for optimum need not be verified).
- (ii) How does a change in discount rate change the optimal time t^* of picking the coconuts ?

(C) Given the function :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{7 - (16)^{1/x}}{1 + (16)^{1/x}} & \text{if } x \neq 0; \\ 7 & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

Prove that there is a point in the open interval (2, 4) in which the function $f(x)$ has a value of 1.

(D) If the function :

$$f(x) = axe^{-bx}, \quad a > 0$$

has a local maximum at point (2, 10), then find a and b .

Find the point of inflection of $f(x)$.

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के उत्तर दीजिए :

(A) निम्नलिखित फलन का आरेख बनाइए तथा सत्यापित कीजिए

कि यह एक-से-एक (one-to-one) है :

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x); & 0 < x < 1 \\ x - 1; & x \geq 1 \end{cases}$$

इसका प्रतिलोम (inverse) फलन $f^{-1}(x)$ ज्ञात कीजिए तथा इसका परास व परिसर ज्ञात कीजिए। $f^{-1}(x)$ को भी उसी रेखाचित्र में आरेखित कीजिए तथा $f(x)$ के $f^{-1}(x)$ आरेखों में सममितता (symmetry) की प्रकृति पर टिप्पणी कीजिए। उन बिन्दुओं के निर्देशांकों को चिह्नित कीजिए जहाँ ये आरेख निर्देशांक अक्षों को प्रतिच्छेदित करते हैं।

(B) भारतीय नारियल कृषक संघ का आकलन है कि नारियल उत्पाद का मूल्य (लाख रु. में) $V(t)$, समय के साथ निम्नलिखित फलन के अनुसार बढ़ता है :

$$V(t) = a \ln \sqrt{bt + c},$$

जहाँ $a, b, c > 0$, $a > e$ तथा t नारियलों को पकने में लगने वाला समय है।

यह मानते हुए कि बट्टे की दर (discount rate) r है :

(i) उत्पादकों के द्वारा नारियलों को तोड़ने का वह इष्टतम समय t^* ज्ञात कीजिए जिसके लिए उपज का वर्तमान मूल्य (present value) अधिकतम हो (इष्टतमीकरण

हेतु द्वितीय क्रम (second order) की शर्त को सत्यापित करने की आवश्यकता नहीं है।

- (ii) बट्टे की दर में परिवर्तन, नारियलों को तोड़ने के इष्टतम समय t^* को किस प्रकार से परिवर्तित करता है ?

(C) फलन :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{7 - (16)^{1/x}}{1 + (16)^{1/x}} & \text{if } x \neq 0; \\ 7 & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

हेतु सिद्ध कीजिए कि खुले अन्तराल (2, 4) में एक ऐसा बिन्दु है जिस पर फलन $f(x)$ का मान 1 है।

(D) यदि फलन :

$$f(x) = axe^{-bx}, \quad a > 0$$

का बिन्दु (2, 10) पर एक स्थानीय उच्चिष्ठ (local maximum) है तो a व b के मान ज्ञात कीजिए। $f(x)$ का मोड़ बिन्दु (point of inflection) ज्ञात कीजिए।

5. Answer any two of the following :

2×6=12

(A) Consider the function $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 24$, defined for all $x \in \mathbf{R}$.

(i) Find the stationary point(s) of $y = f(x)$ and determine whether each stationary point is a maximum or minimum point.

(ii) Plot the curve $y = f(x)$ depicting clearly the stationary points and the extreme values attained at these points.

(iii) State the set of values of k for which the equation $f(x) = k$ has three solutions.

(B) Given the function $f(x) = 6x^{4/3} - 3x^{1/3}$ defined over the interval $[-1, 1]$:

(i) Find the global maximum and minimum values of $f(x)$.

(ii) Find the interval(s) in which the function increases and/or decreases.

(iii) Find the interval(s) in which the function is concave and/or convex.

(C) A function $f(x)$ is known to be continuous and differentiable for all x . Find $f'(x)$ where :

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \int_0^x \left[t^3 (2t-3)^2 (t+1)^5 (t-7) \right] dt.$$

Find all stationary points of $f(x)$ and classify each as a local maximum, a local minimum, or neither.

निम्नलिखित में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए :

(A) सभी $x \in \mathbb{R}$ हेतु परिभाषित फलन $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 24$ पर विचार कीजिए :

(i) $y = f(x)$ के स्थिर बिन्दु(ओं) को ज्ञात कीजिए तथा प्रत्येक स्थिर बिन्दु हेतु ज्ञात कीजिए कि वह उच्चिष्ठ (maximum) है या निम्निष्ठ (minimum)।

(ii) सभी स्थिर बिन्दुओं तथा उन पर प्राप्त चरम बिन्दुओं को दर्शाते हुए वक्र $y = f(x)$ को आरेखित कीजिए।

(iii) k के उन मानों का समुच्चय बताइए जिनके लिए समीकरण $f(x) = k$ के तीन हल हैं।

(B) अन्तराल $[-1, 1]$ पर परिभाषित फलन $f(x) = 6x^{4/3} - 3x^{1/3}$

हेतु :

(i) $f(x)$ के वैश्विक (global) अधिकतम व न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

(ii) उन अन्तरालों को ज्ञात कीजिए जिनमें यह फलन वर्द्धमान (increasing) है तथा/अथवा ह्रासमान (decreasing) है।

(iii) उन अन्तरालों को ज्ञात कीजिए जिनमें यह फलन अवतल (concave) है तथा/अथवा उत्तल (convex) है।

(C) एक फलन $f(x)$ के बारे में यह ज्ञात है कि यह सभी x हेतु संतत तथा अवकलनीय है। $f'(x)$ ज्ञात कीजिए जहाँ :

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \int_0^x \left[t^3 (2t-3)^2 (t+1)^5 (t-7) \right] dt.$$

$f(x)$ के सभी स्थिर बिन्दु ज्ञात कीजिए तथा इनमें से प्रत्येक को स्थानीय उच्चिष्ठ, स्थानीय निम्निष्ठ या इसमें से कोई नहीं के तौर पर वर्गीकृत कीजिए।

6. Answer all the questions :

2×4=8

(A) Find the area of the region bounded vertically by $y = x^2$ and $y = 6 + x$ and bounded horizontally by $x = 0$ and $x = 5$.

(B) Consider the two-sector model :

$$Y_t = C_t + I_t$$

$$C_t = 0.75Y_{t-1} + 400$$

$$I_t = 200$$

- (i) Find the difference equation in Y_t generated by this model.
- (ii) Solve the difference equation for Y_t and determine whether the solution path of Y_t is convergent or divergent.
- (iii) Find the value of C_2 given that $Y_0 = 4,000$.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (A) क्षेत्रफल के क्षेत्र ज्ञात कीजिए जो $y = x^2$ एवं $y = 6 + x$ द्वारा ऊर्ध्वाधर परिसीमित एवं $x = 0$ एवं $x = 5$ द्वारा समानान्तर परिसीमित है।

(B) निम्नलिखित द्विक्षेत्र मॉडल पर विचार कीजिए :

$$Y_t = C_t + I_t$$

$$C_t = 0.75Y_{t-1} + 400$$

$$I_t = 200$$

- (i) इस मॉडल द्वारा Y_t में जनित अन्तर समीकरण ज्ञात कीजिए।
- (ii) इस अन्तर समीकरण को Y_t हेतु हल कीजिए तथा ज्ञात कीजिए कि Y_t का हल पथ (solution path) अभिसारी (convergent) है या अपसारी (divergent)।
- (iii) C_2 का मान ज्ञात कीजिए यदि यह दिया हुआ है कि $Y_0 = 4,000$ ।